



INSTITUTO  
SUPERIOR  
TÉCNICO

DINÂMICA ESTRUTURAL E ENGENHARIA SÍSMICA  
Mestrado Integrado em Engenharia Civil  
5º Ano - 1º Semestre – 29 de Janeiro de 2010 (2ª Época)  
Responsável: Prof. Jorge Miguel Proença

Desligue o telemóvel  
Identifique todas as folhas com o número e nome  
Entregue cada problema em folhas separadas  
Justifique adequadamente todas as respostas  
Consulte o formulário (parte final do enunciado)  
Duração: 3h00m

**Problema 1** (10.0 val.)

Considere o modelo estrutural de um edifício hospitalar representado na figura 1.1.

De entre os elementos estruturais referem-se os pilares, deformáveis à flexão, e as vigas, consideradas rígidas. As bielas podem ser consideradas axialmente deformáveis. A massa encontra uniformemente distribuída ao longo do comprimento das vigas de piso.

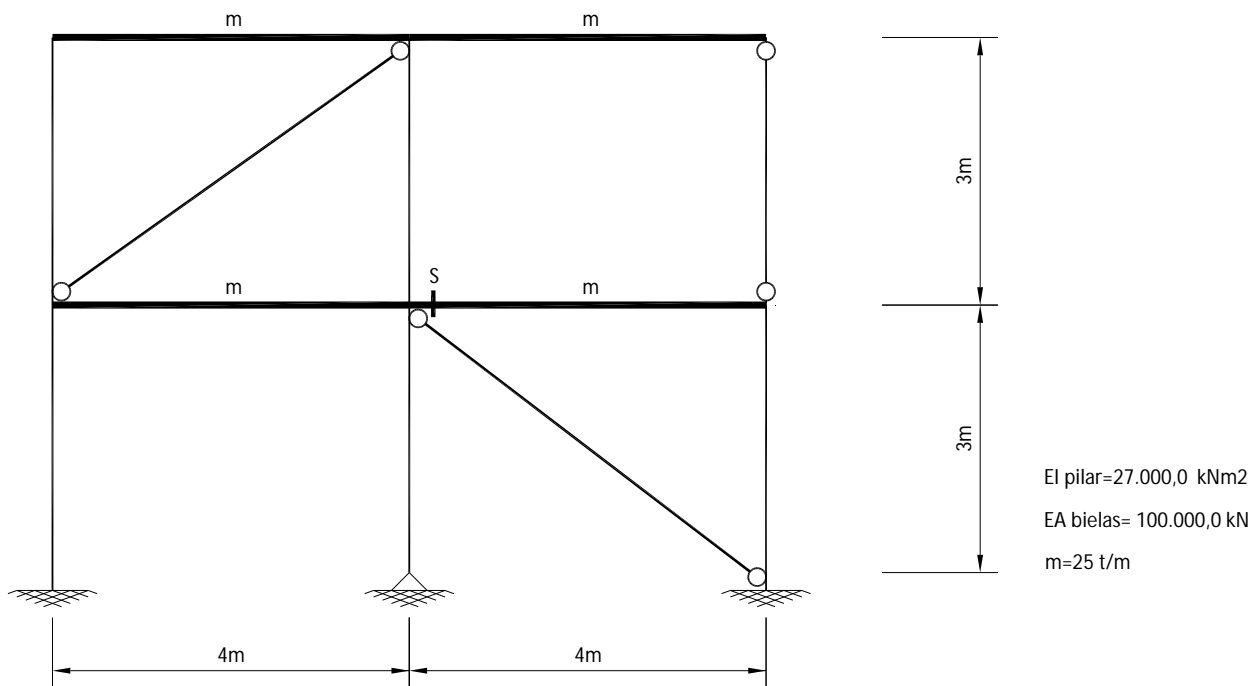


Figura 1.1: Modelo estrutural de edifício hospitalar.

Considerando como graus de liberdade os deslocamentos horizontais dos dois pisos, determine, justificando:

- (1.5 val.) a.1) Os termos das matrizes de rigidez e de massa.  
(1.5 val.) a.2) A frequência fundamental e o correspondente modo de vibração, recorrendo ao método de Rayleigh simplificado.  
(1.0 val.) a.3) A configuração do 2º modo de vibração, recorrendo às condições de ortogonalidade. Determine também a frequência correspondente. Assuma como exactos os resultados da alínea anterior.

Considere agora que a estrutura é sujeita à acção sísmica tipo 1, componente horizontal, conforme descrita no EC8 e correspondente Anexo Nacional. O edifício situa-se em Faro (zona 1.2 do Anexo Nacional do EC8), pelo que  $a_{gR}=2.0 \text{ m/s}^2$ . O edifício encontra-se implantado sobre um solo do tipo C. Admita que o coeficiente de comportamento é de 2.5.

- (3.0 val.) b.1) Determine o valor máximo da força de corte basal.  
(1.5 val.) b.2) Verifique se são desprezáveis os efeitos de 2ª ordem, de acordo com o Eurocódigo 8.  
(1.5 val.) b.3) Determine o valor máximo do esforço axial na secção S identificada das vigas do 1º piso.

### Problema 2 (5.0 val.)

Considere o modelo estrutural de um poste para suporte de um equipamento de telecomunicações, conforme representado na figura 2.1. Pode considerar-se que o poste apresenta deformabilidade apenas por flexão. Pode ainda considerar-se que a massa está integralmente concentrada no topo ( $M= 2 \text{ t}$ ). A ligação na base corresponde a um encastramento deslizante elástico (rigidez horizontal do apoio é  $Kt= 100 \text{ kNm}^{-1}$ ). Os restantes dados do problema são:  $L= 8 \text{ m}$ ;  $EI= 5000 \text{ kNm}^2$ ;  $\zeta= 0.02$ ).

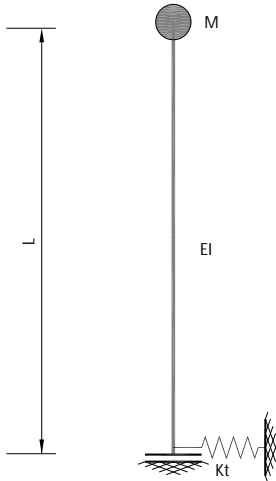


Figura 2.1: Modelo estrutural do poste.

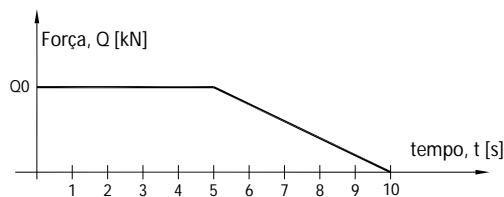


Figura 2.2: Carga aplicada no topo.

(1.5 val.) a.1) Calcule, justificando, o valor da frequência do modelo estrutural.

Considere que a estrutura é sujeita a um movimento imposto na base descrito pelo seguinte acelerograma:

$$\ddot{q}_s = 1.0 \text{ sen}(4t) \text{ (m/s}^2, t \text{ em s)}.$$

(2.0 val.) b.1) Calcule os valores máximos do deslocamento no topo e do momento flector na base do poste.

Considere, por fim, que o equipamento instalado no topo do poste, quando colocado em funcionamento, origina uma força horizontal aplicada a esse nível conforme representado na figura 2.2 ( $Q_0= 1 \text{ kN}$ ).

(1.5 val.) c.1) Determine o deslocamento máximo apresentado pelo topo do poste nos primeiros 4s (despreze o amortecimento e considere que o poste estava inicialmente em repouso).

### Problema 3 (5.0 val.)

(1.0 val.) a) Explique por que razão o dimensionamento de paredes de edifícios de Classe de Ductilidade Média e Alta, de acordo com o EC8, prevê cláusulas para evitar a formação de rótulas plásticas em outras localizações que não a secção da base.

(1.5 val.) b) A figura 3.1 representa os valores máximos dos momentos flectores devidos à acção sísmica (obtidos através do espectro de dimensionamento para a análise elástica) numa parte de um pórtico.

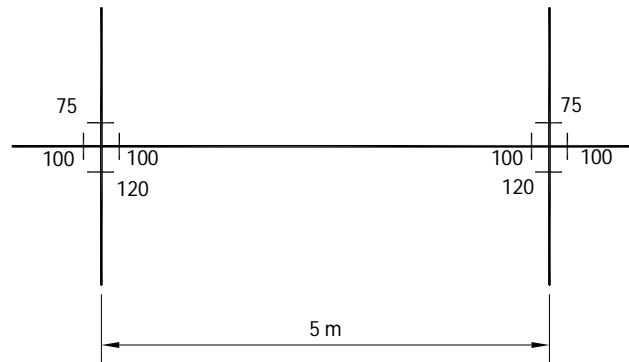


Figura 3.1: Momento flectores obtidos por análise dinâmica em parte de pórtico (kNm).

Verifique se o nó viga-pilar está em equilíbrio e comente.

Aplicando o *capacity design* determine o esforço transversal de dimensionamento nas vigas, assim como os momentos flectores de dimensionamento nas vigas e pilares ( $\gamma_0=1.2$ ). Admita que a armadura de flexão colocada nas vigas é a estritamente necessária. Despreze os efeitos das restantes acções.

- (1.5 val.) c) Suponha que faz um ensaio de varrimento em frequência, aplicando forças sinusoidais com uma amplitude determinada no topo de um pórtico de dois pisos, medindo o deslocamento horizontal no piso superior. Desenhe qualitativamente o gráfico que exprime o deslocamento máximo registado em função da frequência da força excitadora. Comente o andamento dessa função. Justifique a resposta.
- (1.0 val.) d) O conceito de coeficiente de comportamento, característico da acção sísmica, não é utilizado na restante generalidade das acções. Explique justificadamente porquê. Que outras acções julgaria passíveis de um tratamento análogo?

**Formulário:**

$$|\mathbf{K} - p^2 \mathbf{M}| = 0 \quad \{\mathbf{K} - p_n^2 \mathbf{M}\} \mathbf{v}_n = 0 \quad \mathbf{D} = \mathbf{F}\mathbf{M} \quad \mathbf{D} \mathbf{v}_n = \frac{1}{p_n^2} \mathbf{v}_n \quad p = \sqrt{g \frac{\sum F_i d_i}{\sum F_i d_i^2}}$$

$$\mathbf{v}_m^T \mathbf{M} \mathbf{v}_n = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ M_n & m = n \end{cases} \quad \mathbf{v}_m^T \mathbf{K} \mathbf{v}_n = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ M_n p_n^2 & m = n \end{cases}$$

$$\phi_n = \frac{\mathbf{v}_n}{\sqrt{\mathbf{v}_n^T \mathbf{M} \mathbf{v}_n}} \quad \phi_m^T \mathbf{M} \phi_n = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ 1 & m = n \end{cases} \quad \phi_m^T \mathbf{K} \phi_n = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ p_n^2 & m = n \end{cases} \quad P_{nx} = \phi_n^T \mathbf{M} \mathbf{1}_x$$

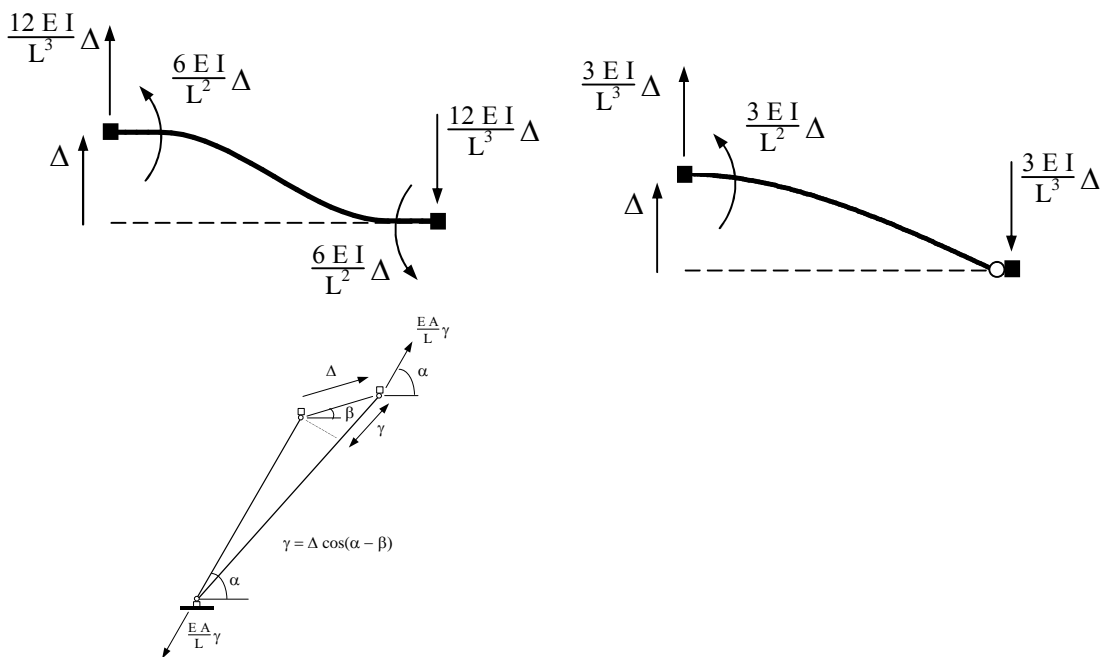
$$\ddot{\mathbf{q}}_{n\alpha}^{\max} = P_{n\alpha} S_{an\alpha} \phi_n \quad \mathbf{q}_{n\alpha}^{\max} = P_{n\alpha} S_{dn\alpha} \phi_n \quad S_{dn} = \frac{S_{an}}{4\pi^2 f_n^2} \quad \text{SRSS} \quad r^{\max} = \sqrt{\sum_n (r_n^{\max})^2}$$

$$p^2 = g \frac{\int_0^L m(x) q_G(x) dx + \sum_i M_i q_G(x_i)}{\int_0^L m(x) [q_G(x)]^2 dx + \sum_j M_j [q_G(x_j)]^2} \quad p^2 = \frac{\int_0^L EI(x) [\psi''(x)]^2 dx + \sum_i K_{\Delta i} [\psi(x_i)]^2 + \sum_j K_{\theta i} [\psi'(x_j)]^2}{\int_0^L m(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum_m M_m [\psi(x_m)]^2 + \sum_n I_{\theta n} [\psi'(x_n)]^2}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g \frac{\sum_i F_i d_i}{\sum_j F_j d_j^2}} \quad \beta_1 = \frac{1}{\sqrt{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2\zeta \bar{\omega})^2}} \quad \beta_2 = \beta_1 \sqrt{1 + (2\zeta \bar{\omega})^2} \quad \beta_3 = \beta_1 \bar{\omega}^2 \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{p}$$

$$q(t) = e^{-\zeta p t} (q_0 \cos(p_d t)) + \frac{\dot{q}_0 + \zeta p q_0}{p_d} \text{sen}(p_d t) + \frac{e^{-\zeta p t}}{M p_d} \int_0^t e^{\zeta p \tau} Q(\tau) \text{sen}(p_d(t - \tau)) d\tau$$

$$p_d = p \sqrt{1 - \zeta^2} \quad P(\text{sen}(ax + b)) = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C$$



Quadro NA-3.2.2 – Valores dos parâmetros definidoras do espectro de resposta elástica na Zona Sísmica 1.2

Tipo de Terreno	S	T <sub>B</sub> (s)	T <sub>C</sub> (s)	T <sub>D</sub> (s)
A	1,0	0,1	0,6	2,0
B	1,2	0,1	0,6	2,0
C	1,4	0,1	0,6	2,0
D	1,6	0,1	0,8	2,0
E	1,5	0,1	0,6	2,0

Quadro – Coeficientes de importância  $\gamma$

Classe de Importância	Acção sísmica Tipo 1	Acção sísmica Tipo 2	
		Continente	Açores
I	0,65	0,75	0,85
II	1,00	1,00	1,00
III	1,45	1,25	1,15
IV	1,95	1,50	1,35

Excertos da NP EN 1998-1 (Anexo Nacional NA, versão provisória, 17 de Junho de 2009)

(4)P For the horizontal components of the seismic action the design spectrum,  $S_d(T)$ , shall be defined by the following expressions:

$$0 \leq T \leq T_B : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[ \frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left( \frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (3.13)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \quad (3.14)$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[ \frac{T_C}{T} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (3.15)$$

$$T_D \leq T : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[ \frac{T_C T_D}{T^2} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (3.16)$$

#### 4.4.2 Ultimate limit state

##### 4.4.2.1 General

##### 4.4.2.2 Resistance condition

(1)P The following relation shall be satisfied for all structural elements including connections and the relevant non-structural elements:

$$E_d \leq R_d \quad (4.27)$$

(2) Second-order effects (P- $\Delta$  effects) need not be taken into account if the following condition is fulfilled in all storeys:

$$\theta = \frac{P_{\text{tot}} \cdot d_r}{V_{\text{tot}} \cdot h} \leq 0,10 \quad (4.28)$$

Excertos da EN 1998-1:2004 (Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings)

$$a_g = a_{gR} \gamma_I$$

$$\beta = 0.2$$